

İ.Ü. MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
ROBOTİĞE GİRİŞ ARA SINAV SORULARI 13.11.2015

Sınav süresi **90** dakikadır. **Tüm soruları cevap kağıdı üzerinde yapınız.** Cevaplar okunaklı ve anlaşılır olarak yazılmalıdır. Aksi takdirde yapılanlar dikkate alınmayacaktır. Başarılar dilerim.

Doç.Dr. Yunus Ziya Arslan

SORU 1.

a) $\{A\}$ koordinat ekseninde tanımlı olan ${}^A P$ vektörü önce, Y_A eksenini etrafında ϕ , daha sonra Z_A eksenini etrafında θ kadar dönmektedir. Bu dönüşümü veren 3×3 'lük rotasyon matrisini $R(\phi, \theta)$ hesaplayınız.

b) $\theta = -90^\circ$ ve $\phi = 90^\circ$ için matrisi hesaplayınız.

c) Eğer başlangıçtaki vektör ${}^A P = [1 \ -1 \ 1]^T$ ise, rotasyon sonundaki ${}^A P$ vektörü ne olur?

SORU 2. Kinematik artıklık nedir? Kısaca açıklayınız.

SORU 3. Robotlarda tekillik hangi durumda ortaya çıkar? Kısaca açıklayınız.

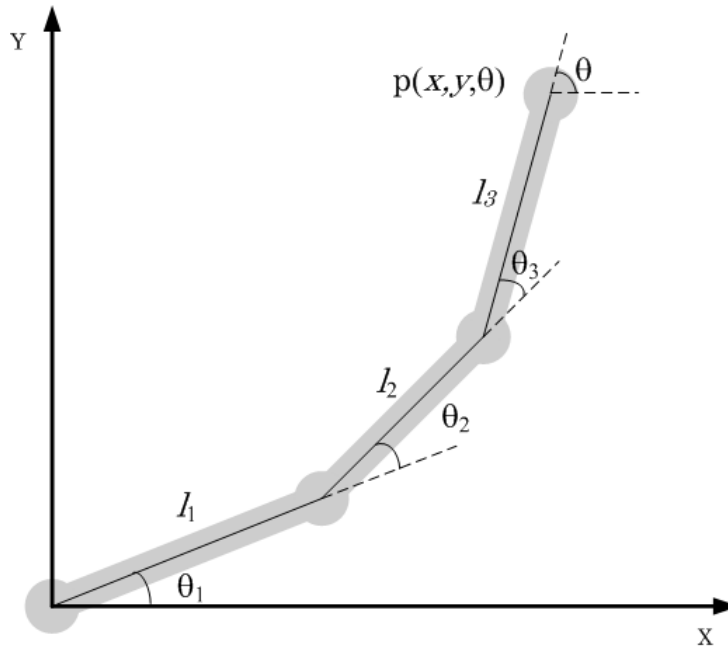
SORU 4. Aşağıdaki matrisin rotasyon matrisi olduğunu gösteriniz (ispat ediniz). İpucu: Rotasyon matrislerinin sahip olduğu özel durumları dikkate alarak çözüm yapınız.

$$R = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

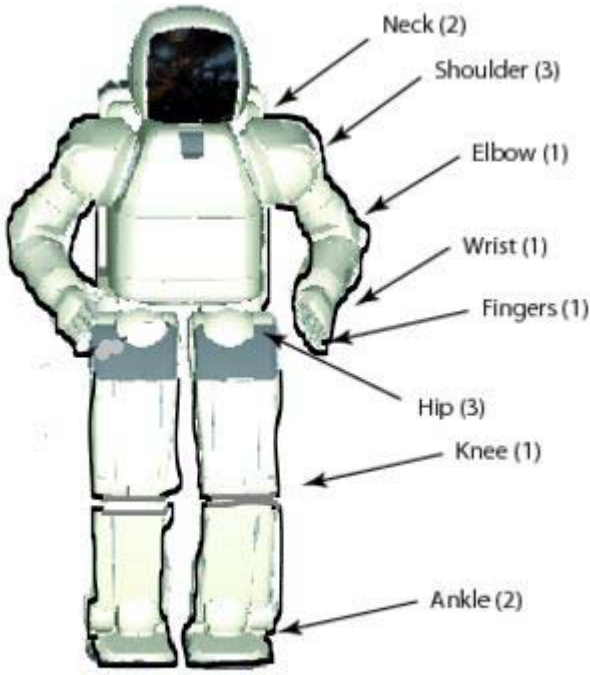
SORU 5. Aşağıda görülen **düzlemsel** robotun;

i) eklem açılarını $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ bildiğimiz varsayılırsa düz (forward) kinematik analiz yolu ile uç noktanın pozisyonunu (x, y) bulunuz.

ii) uç noktanın pozisyonunu (x, y) ve oryantasyonunu $(\theta = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$ bildiğimiz varsayılırsa, ters (inverse) kinematik analiz yolu ile eklem açılarını $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ bulunuz.



SORU 6.



Şekilde, yürüme ve merdiven çıkma gibi **hareket etme özellikleri** bulunan ASIMO robot görülmektedir. Robotun eklemlerinin serbestlik dereceleri parantez içerisinde verilmiştir. **Tüm** robotun **toplam** serbestlik derecesini hesaplayınız.

Not 1: Parmak eklemlerini ayrı ayrı düşünmeyin. Bir eldeki tüm parmakların **toplam** serbestlik derecesi 1 alınacaktır.

Not 2: neck:boyun; shoulder:omuz; elbow:dirsek; wrist:el bileği; fingers:parmaklar; hip:kalça; knee:diz; ankle:ayak bileği.

Çevreler :

Soru 1: a)

$$R(\phi, \theta) = R_z(\theta) \cdot R_y(\phi) = \begin{bmatrix} c\theta & -s\theta & 0 \\ s\theta & c\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\phi & 0 & s\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\phi & 0 & c\phi \end{bmatrix}$$

$$R(\phi, \theta) = \begin{bmatrix} c\theta c\phi & -s\theta & c\theta s\phi \\ s\theta c\phi & c\theta & s\theta s\phi \\ -s\phi & 0 & c\phi \end{bmatrix}$$

b) $\theta = -90^\circ$
 $\phi = 90^\circ \Rightarrow R(90, -90) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

c) Fotosyon sanımdoti vektör ${}^B P$ olsun.

$${}^B P = R_z(\theta) \cdot R_y(\phi) \cdot {}^A P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Soru 2: Kinematik artiklık: Bir mekanizmanın ya da robotun bağlantılarına ve noktasının pozisyonunu ve yönelimi sabit tutulduğu durumda mekanizmanın iç yapısı konfigürasyonunu belirtebilirse, bu yapı kinematik artiklık içeren bir yapıdır.

Soru 3: Robotlarda tekillik, bir çalışma uzayı içerisinde robotun ve noktasının bir doğrultu boyunca hareket ettiremediği durumda ortaya çıkar.

SORU 4: Rotasyon matrisinin transpozesi, matrisin tersine eşittir.

$$R^T = R^{-1}$$

$$\rightarrow R \cdot R^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Birim I
matris.

$R \cdot R^T = R \cdot R^{-1} = I$ eşitliği sağlanmaktadır

R rotasyon matrisidir.

YA DA

Rotasyon matrisinin orthornormal matris olma özelliği kullandık.

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

$\underbrace{\quad\quad\quad}_{r_1} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{r_2} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{r_3}$

$$|r_1| = |r_2| = |r_3| = 1 \rightarrow \text{Her biri birim vektör}$$
$$|r_1| \cdot |r_2| = |r_2| \cdot |r_3| = |r_1| \cdot |r_3| = 0$$

her biri birbirine
dik

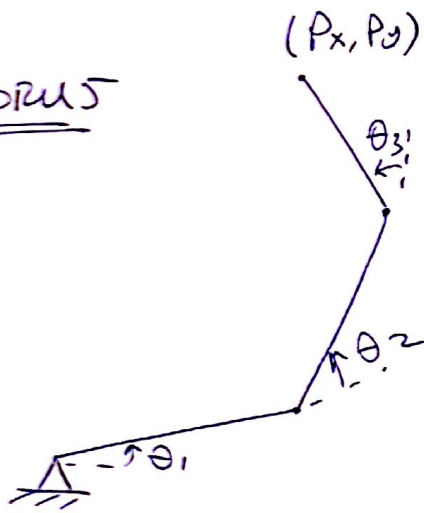
ORTHONORMAL

ÖZELİK GÖSTERMİŞTİR.

örneğin $|r_1| = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1$

örneğin $|r_1| \cdot |r_2| = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j} - \frac{1}{2}\vec{k}\right) \cdot \left(0\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j} - \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{k}\right) = 0$

SORU 5



ileri kinematik

$$P_x = l_1 c_1 + l_2 c_{12} + l_3 c_{123}$$

$$P_y = l_1 s_1 + l_2 s_{12} + l_3 s_{123}$$

Ters kinematik

$$P_x - l_3 c_{123} = l_1 c_1 + l_2 c_{12}$$

$$P_y - l_3 s_{123} = l_1 s_1 + l_2 s_{12}$$

} Her iki tarafın karesi alınır:

$$P_x^2 + l_3^2 c_{123}^2 - 2P_x l_3 c_{123} = l_1^2 c_1^2 + l_2^2 c_{12}^2 + 2l_1 l_2 c_1 c_{12}$$

$$P_y^2 + l_3^2 s_{123}^2 - 2P_y l_3 s_{123} = l_1^2 s_1^2 + l_2^2 s_{12}^2 + 2l_1 l_2 s_1 s_{12}$$

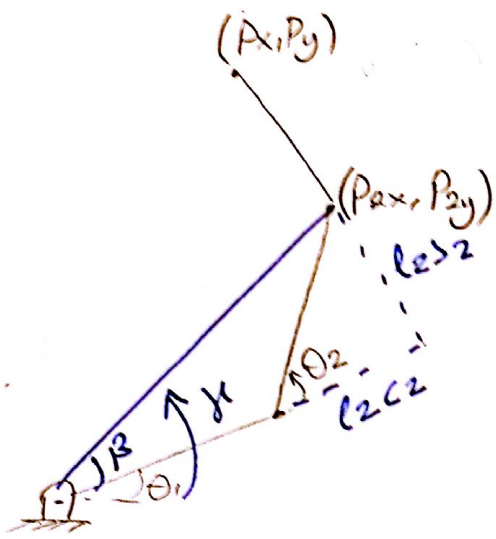
$$P_x^2 + P_y^2 + l_3^2 - 2P_x l_3 c_{123} - 2P_y l_3 s_{123} = l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 c_2$$

Bu ifade tüm terimler biliniyor ve A gibi bir sayıya eşit olsun.

$$\rightarrow c_2 = \frac{A - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2} \rightarrow$$

$$\theta_2 = \text{atan2}(s_2, c_2)$$

$$s_2 = \pm \sqrt{1 - c_2^2}$$



$$P_{2x} = P_x - l_3 c_{123}$$

$$P_{2y} = P_y - l_3 s_{123}$$

$$\tan \beta = \frac{P_{2y}}{P_{2x}}$$

$$\tan \delta = \tan(\beta + \theta_1) = \frac{\tan \beta + \tan \theta_1}{1 - \tan \beta \cdot \tan \theta_1} = \frac{P_{2y}}{P_{2x}}$$

$$\tan \beta = \frac{l_2 s_2}{l_1 + l_2 c_2}$$

$$\rightarrow \tan \theta_1 = \frac{P_{2y} - P_{2x} \tan \beta}{P_{2x} + \tan \beta}$$

$$\rightarrow \theta_1 = \text{Atan} 2(P_{2y} - P_{2x} \tan \beta, P_{2x} + \tan \beta)$$

$$\theta_3 = \theta - \theta_1 - \theta_2$$

SORU 6: Neck(2) + 2* Shoulder(3) + 2* Elbow(1) + 2* Wrist(1)
 + 2* Fingers(1) + 2* Hip(3) + 2* Knee(1) + 2* Ankle(2)
 + 6 → mobility. = Toplam DoF

$$\rightarrow 2 + 6 + 2 + 2 + 2 + 6 + 2 + 4 + 6 = \underline{\underline{32 \text{ DoF}}}$$